

# Proseminar: Lineare Algebra

Wintersemester 2020/2021

Giuliano Gagliardi  
gagliardi@math.uni-hannover.de  
Raum g021

## Anmeldung und Themenvergabe per E-Mail

Dieses Proseminar behandelt Themen aus der linearen Algebra. Zum Proseminar gehören ein 90-minütiger Vortrag (inklusive Zeit für Fragen), eine schriftliche Ausarbeitung sowie die aktive Teilnahme an den anderen Vorträgen.

Die Themenvergabe erfolgt per E-Mail. Beginnen Sie möglichst früh mit der Vorbereitung. Ungefähr eine Woche vor dem Vortrag sollte dieser mit mir vorbesprochen werden (und schon möglichst weit vorbereitet sein). Das Proseminar findet voraussichtlich als Online-Veranstaltung statt. Weitere Informationen erhalten Sie per E-Mail.

### 1 Die pseudoinverse Matrix

Existenz und Eindeutigkeit der pseudoinversen Matrix; Bestimmung nach der Methode der kleinsten Quadratsumme. [Gan86, 1.5].

### 2 Übermatrizen

Verallgemeinerte Diagonal- und Dreiecksmatrizen; Schursche Gleichung zur Berechnung einer Determinante  $2n$ -ter Ordnung; die Inversion von Übermatrizen. [Gan86, 2.5].

### 3 Matrizenpolynome

Operationen von Matrizenpolynomen; Rechte und linke Division von Matrizenpolynomen; der verallgemeinerte Bezoutsche Satz. [Gan86, 4.1–4.2].

### 4 Matrizenfunktionen

Das Lagrange-Sylvestersche Interpolationspolynom; Eigenschaften von Matrizenfunktionen. [Gan86, 5.1–5.5].

## 5 Polynommatrizen

Elementare Transformationen von Polynommatrizen; Invariantenteiler einer Polynommatrix; Elementarteiler einer Polynommatrix; Kriterien für die Ähnlichkeit von Matrizen. [Gan86, 6.1–6.5].

## 6 Exponentialabbildung für Matrizen

Definition von  $e^A$ ; Eigenschaften; der Logarithmus einer Matrix. [Hal15, Chapter 2].

## 7 Legendre Polynome

Rodrigues-Formel  $P_n(x) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{dx^n} (x^2 - 1)^n$ ; erzeugende Funktion. [CH93, Kapitel 2, § 8], [Boa83, 12.1–12.8].

## 8 Quaternionen

Die Quaternionenalgebra  $\mathbb{H}$ ; die Algebra  $\mathbb{H}$  als euklidischer Vektorraum. [EHH<sup>+</sup>92, Kapitel 7, § 1–2].

## 9 Endlich-dimensionale assoziative reelle Divisionsalgebren

Satz von Frobenius; Satz von Hopf. [EHH<sup>+</sup>92, Kapitel 8, § 1–3].

## 10 Der Fundamentalsatz der Algebra

Fundamentalsatz der Algebra. [AZ10a, Chapter 21], [AZ10b, Kapitel 21].

## 11 Einführung in die Graphentheorie

Graphen; Adjazenzmatrix; Inzidenzmatrix; Eigenvektoren. [GR01, 1.1, 1.7, 8.1, 8.2, 8.5].

## 12 Der Matrix-Baum-Satz

Der Matrix-Baum-Satz. [Mat10, Miniature 21].

## Literatur

[AZ10a] Martin Aigner und Günter M. Ziegler, *Proofs from THE BOOK*, 6th ed., Berlin 2018.

- [AZ10b] Martin Aigner und Günter M. Ziegler, *Das BUCH der Beweise*, 5. Aufl., Berlin 2018.
- [Boa83] Mary L. Boas, *Mathematical Methods in the Physical Sciences*, 2nd ed., 1983.
- [CH93] Richard Courant und David Hilbert, *Methoden der mathematischen Physik*, 4. Aufl., Berlin–Heidelberg 1993.
- [EHH<sup>+</sup>92] Heinz-Dieter Ebbinghaus, Hans Hermes, Friedrich Hirzebruch, Max Koecher, Klaus Mainzer, Jürgen Neukirch, Alexander Prestel, Reinhold Remmert und Klaus Lamotke, *Zahlen*, 3. verb. Aufl., Berlin 1992.
- [Gan86] Felix R. Gantmacher, *Matrizentheorie*, Berlin, 1986. Übersetzt aus der russischen zweiten Auflage von Helmut Boseck, Dietmar Soyka und Klaus Stengert.
- [GR01] Chris Godsil und Gordon Royle, *Algebraic Graph Theory*, New York 2001.
- [Hal15] Brian Hall, *Lie Groups, Lie Algebras, and Representations*, 2nd ed., 2015.
- [Mat10] Jiří Matoušek, *Thirty-three Miniatures, Mathematical and Algorithmic Applications of Linear Algebra*, 2010.